

# תרגיל באלגברה וטריגונומטריה

חלק א'

1. א. נתון כי  $a^2 + x^2 = b^2 + y^2 = 1$ . הוכח כי  $xy + ab \leq 1$ .  
ב. נתון בנוסף גם כי  $c^2 + z^2 = 1$ . הוכח כי  $abc + ayz + xbc \leq 1 + xyz$ .
2. עבור זוויות של משולש הוכח כי  $\tan \alpha + \tan \beta + \tan \gamma = \tan \alpha \cdot \tan \beta \cdot \tan \gamma$ .
3. מצא את הערך המקסימלי של הביטוי  $5 \cos x + 12 \sin x$ .
4. חשב ללא מחשבון את  $\cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7}$ .
5. חשב ללא מחשבון את הביטויים:  
א.  $\cos \frac{\pi}{5} - \cos \frac{2\pi}{5}$   
ב.  $\cos \frac{\pi}{7} - \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7}$
6. מצא נוסחא קצרה עבור  $\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 89^\circ$ .
7. נסמן  $a_n = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{\dots + \sqrt{2}}}}}$  כאשר 2 מופיע  $n$  פעמים.  
א. הוכח כי עבור  $n$  גדול  $a_n \approx 2$ .  
ב. \* הוכח כי  $2 - a_n$  דואך אקספוננציאלית (כל פעם בערך פי 4).  
ג. \* חשב את הגבול של  $(2 - a_n) \cdot 4^n$  כאשר  $n \rightarrow \infty$ .

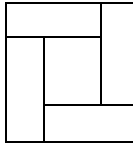
# תרגיל בטריגונומטריה

חלק ב'

1. בטא את  $\tan 3\alpha$  באמצעות  $\tan \alpha$ .

2. חשב את  $\cos \frac{\pi}{5}, \cos \frac{2\pi}{5}$ .

3. חשב את היחס בין אורך האלכסון של מחומש משוכלל לאורך הצלע שלו.



4. ריבוע ששטחו 5 מחולק לחמישה מלבנים שווי שטח באופן שהוצג בציור.

חשב את כל הצלעות של כל המלבנים.

5. פשט את הביטוי:  $\tan \frac{\pi}{7} + 2 \tan \frac{2\pi}{7} + 4 \tan \frac{4\pi}{7}$ .

6. חשב את  $\left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^2 + \left(\tan \frac{2\pi}{7}\right)^2 + \left(\tan \frac{4\pi}{7}\right)^2$ .

7. תאר את כל הזוויות שגודלם רציונלי במעלות, שגם סינוס או קוסינוס או טנגנס שלהם – רציונלי.