תנועות המישור חלק א'

0. נקודות A, 'A נקראות סימטריות ביחס לישר l אם הקטע [A'A] מאונך ל-l ונחצה על ידי l. כל נקודה על l – סימטרית לעצמה ביחס ל-l.
1. נתונה זווית חדה α עם קודקוד O ונקודה A בתוך הזווית. בונים נקודות "A', A אשר סימטריות ל-A ביחס לצלעות של α. מצאו את גודלה של הזווית "$\widehat{A'OA}$" (בטאו אותה באמצעות גודל הזווית α).
2. נתונים 3 ישרים" l, m, n ו-3 נקודות C ,B ,A, כך שמתקיימים: A סימטרית ל-B ביחס לישר l, B סימטרית ל-C ביחס לישר m, C סימטרית ל-A ביחס לישר n. צריך להוכיח: או שהישרים l, m, n מקבילים, או שהם נפגשים בנקודה אחת.
3. א) נתון ישר l ושתי נקודות A, B, אשר לא נמצאות על ישר זה. מצאו נקודה X על l עבורה הסכום $|AX|+|BX|$ הוא מינימאלי (בדקו את כל המקרים!).

   ב) אותה השאלה, כאשר מחפשים נקודה X על הישר l, עבורה $\left\| AX|-|BX \right\|$ - מקסימאלי. האם נקודה כזו תמיד קיימת?
4. קרן אור משתקפת ממשטח עפ"י הכלל "זווית פגיעה = זווית השתקפות". נתונה זווית בגודל 1° וקרן אור אשר נכנסת לתוך הזווית ופוגע בפעם הראשונה בדפנה בזווית α. כמה פעמים תשתקף הקרן מדפנות הזווית? למנות את כל האפשרויות.
5. א) בזווית חדה $\widehat{UOV}$ נבחרה נקודה A (A נמצאת בתוך הזווית). לבנות נקודות C ,B על דפנות הזווית (B על (OV) ו-C על (OU)) כך שהיקף המשולש ΔABC יהיה מינימאלי.

   ב) בהינתן משולש ΔABC שכל זוויותיו חדות, למצוא 'A', B', C על צלעותיו ('A על [BC], 'B על [AC], 'C על [AB]) כך שהיקף המשולש $\Delta A'B'C'$ יהיה מינימאלי.
6. נתונים שני ישרים l_1, l_2 על המישור.

   (א) נתונים כי הישרים הנ"ל מקבילים, והמרחק בינם הוא d. מהי התנועה אשר מתקבלת מהרכבה של שיקוף ביחס ל-l_1 ושיקוף ביחס ל-l_2.

   (ב) אותה השאלה במקרה בו l_1, l_2 נחתכים בנקודה O וגודל הזווית בינם הוא α.

   (ג) נתונה נקודה X על המישור. נתבונן בקבוצת כל הנקודות אותן ניתן לקבל מ-X על ידי ביצוע סדרה של שיקופים ביחס לישרים הנ"ל. כמה איברים בקבוצה זו? (לבדוק את כל המקרים).
7. נתון ישר l עם נקודה עליו ושתי נקודות A, B מצדדים שונים של l. לבנות נקודה O על ישר l כך ש- $\widehat{POA}=\widehat{POB}$. מתי יש פתרון?
8. נתון ישר l וזווית $\angle EOF$. לבנות ריבוע ABCD כך שהקודקודים C,A (קודקודים נגדיים של ריבוע) נמצאים על l, וקודקודים B, D נמצאים על (OF], (OE] בהתאמה. (להניח כי קיים פתרון לבעיה).

תנועות במישור - חלק ב'

0. סיבוב בזווית α ביחס לנקודה O מעביר X לנקודה 'X כך ש-$|OX'|=|OX|$ ו-$\widehat{X'OX}=\alpha$ כאשר מודדים את הזווית נגד כיוון השעון. סיבוב נגד כיוון השעון באותה זווית (עפ"י ערכה המוחלט) ייקרא "סיבוב ב- $(-\alpha)$".
1. תהי O – נקודה על המישור, α - זווית. A, B עוברות לנקודות 'A', B בהתאמה תחת סיבוב ב-α ביחס ל-O. להוכיח כי הזווית בין הישרים (AB) ו-('A'B) היא α. מה קורה כאשר ל- $\alpha=180^\circ$?
2. נתונה זווית $\angle EOF$ ונקודה A בתוך הזווית. לבנות ישר l דרך A כך שעבור C ,B – נקודות חיתוך של l עם צלעות (OE), (OF) בהתאמה, יתקיים: A היא אמצע [BC].
3. נתונה מקבילית ABCD (הקודקודים ממוספרים בכיוון השעון) ונקודה X בתוכה. דרך נקודות A, B, C, D מעבירים ישרים אשר יהיו מקבילים לישרים (CX), (DX), (AX), (BX) בהתאמה. הוכיחו כי הישרים שנבנו נפגשים בנקודה אחת.
4. בתוך ריבוע ABCD (הקודקודים ממוספרים בכיוון השעון) סימנו נקודה M והעבירו קטעים [DM], [CM], [BM], [AM]. במשולשים $\Delta AMB,\Delta BMC,\Delta CMD,\Delta DMA$ העבירו גבהים מקודקודים A, B, C, D בהתאמה. להוכיח כי ארבעת הגבהים (או ההמשכים שלהם) נפגשים בנקודה אחת.
5. נתון מעוין ABCD (הקודקודים ממוספרים בכיוון השעון), בו סימנו נקודה M על הצלע [AB] ונקודה N על הצלע [BC] כך ש-$|NC|=|MB|$. נתון כי $\widehat{ABC}=120^\circ$. הוכיחו כי ΔMND - שווה צלעות.
6. מרובע חסום במעגל. מאמצע כל צלע של המרובע מורידים גובה לצלע הנגדית. להוכיח כי גבהים אלו נחתכים בנקודה אחת.
7. מהי התנועה המתקבלת מהרכבה של הזזה בווקטור $\vec{a}$ וסיבוב בזווית α סביב נקודה O?
8. להוכיח כי הרכבה של שני סיבובים – אחד מסביב לנקודה O_1 בזווית α והשני מסביב לנקודה O_2 בזווית β - תהיה סיבוב סביב נקודה כלשהי בזווית $\alpha+\beta$ (אם הסכום הזה שווה ל- 0°, זוהי הזזה).

   <u>הנחייה</u>: להציג את כל אחד משני הסיבובים כהרכבה של 2 העתקות: 2 שיקופים, כאשר אחד מהם ניתן לבחור להיות שיקוף ביחס לישר אשר מחבר את מרכזי הסיבובים המקוריים – אם המרכזים שונים).
9. יהי ΔABC - משולש עם זוויות $\measuredangle A=\alpha,\measuredangle B=\beta,\measuredangle C=\gamma$. להוכיח כי הרכבה של שלושה סיבובים:
   - סיבוב בזווית 2α סביב נקודה A,
   - סיבוב בזווית 2β סביב נקודה B,
   - סיבוב בזווית 2γ סביב נקודה C,

   זוהי העתקת הזהות של המישור (כלומר, העתקה זו משאירה את כל הנקודות במקום).
10. נתונות 3 נקודות: O_1,O_2,O_3, אשר מקיימות: הרכבה של שלושה סיבובים, כל אחד מהם בזווית 120°, סביב O_1,O_2,O_3 בהתאמה, זוהי העתקת הזהות. להוכיח כי O_1,O_2,O_3 - קודקודים של משולש שווה צלעות.
11. נתון משולש ΔABC. על כל אחת מצלעותיו נבנה משולש שווה צלעות. בכל אחד מהמשולשים שווי צלעות שנבנו נלקח מרכז: O_1,O_2,O_3. להוכיח כי O_1,O_2,O_3 - קודקודים של משולש שווה צלעות.
12. נתון ΔABC על צלעות [AB],[BC] נבנו ריבועים, אשר מרכזיהם יסומנו ב- O_1,O_2. נסמן ב-M את אמצע הצלע [AC]. להוכיח כי $\widehat{O_1MO_2}=90^\circ$.