

## תרגיל 4

1. קוביית גבינה  $3 \times 3 \times 3$  מורכבת מ-27 קוביות קטנות  $1 \times 1 \times 1$ . עכבר אוכל את הקובייה הגדולה, כאשר בכל דקה הוא אוכל קובייה קטנה אחת. בכל פעם הוא אוכל קובייה שהייתה לה פאה משותפת עם הקובייה הקודמת שנאכלה. ב-27 דקות הוא מסיים את הקובייה הגדולה. האם יתכן שהוא מתחיל לאכול מהקובייה הפינתית, ומסיים בקובייה המרכזית?

2. מלך שחמט, כידוע, יכול לזוז למרחק של משבצת אחת במאונך, במאוזן או באלכסון. יוסי הצליח להעביר את המלך על כל משבצת של לוח שח רגיל ( $8 \times 8$ ) פעם אחד בדיוק ולהחזיר אותו בסוף למשבצת שממנה הוא התחיל. האם יתכן שמספר המהלכים האלכסוניים שהוא ביצע שווה ל-17?

3. א. בלוח שח רגיל ( $8 \times 8$ ) הורידו שתי משבצות פינתיות מנוגדות. האם אפשר לחלק את שארית הלוח למלבנים שמורכבים משתי משבצות (דומינו)?  
ב. מה היה קורה אם היינו מורידים שתי משבצות אחרות? לאיזה זוג משבצות היה אפשר לחלק את הלוח למלבנים כאלה, ולאיזה לא?

4. נתון לוח שח רגיל ( $8 \times 8$ ) ללא כלים עליו. השחקן הראשון מניח על אחת מהמשבצות שלו פרש שחמט, ואחרי זה, בתורות (השחקן השני מתחיל) הם מזיזים אותו בצעדי פרש חוקיים. שחקן מפסיד אם הוא מעביר את הפרש למשבצת שהפרש כבר היה בה קודם. לאיזה שחקן יש אסטרטגיה מנצחת, לראשון או לשני?

5. \*\* הוכח שמתוך 50 אנשים תמיד יש שניים שיש להם מספר זוגי (אולי 0) של חברים משותפים מתוך 48 אנשים האחרים.