

## תרגיל 3 – אי-שוויונים

בשביל לפתור אי-שוויון מסובך צריך זמן פנוי, הרבה נייר ורצון לשחק עם הנוסחאות. הסוד בפתרון האי-שוויונים שצריך גם לחשוב עם הידיים ולא סתם לבהות באי-שוויון.

1. הוכח כי לכל  $a, b, c$  ממשיים  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ .

2. הוכח כי לכל  $a, b, c, d$  ממשיים  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 1 \geq a + b + c + d$ .

3. הוכח כי לכל  $a, b, c$  ממשיים  $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq a + b + c$ .

\*4. עבור כל  $a, b, c$  ממשיים (אבל לאו דווקא חיוביים) כאלה ש- $a + b + c \geq 0$ , הוכח כי  $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$ .

\*\*5. נתונים מספרים ממשיים  $a, b, c$  כאלה ש- $a(b-c)^2 + b(a-c)^2 + c(a-b)^2 \geq 0$ . הוכח כי  $a(b-c)^4 + b(a-c)^4 + c(a-b)^4 \geq 0$ .