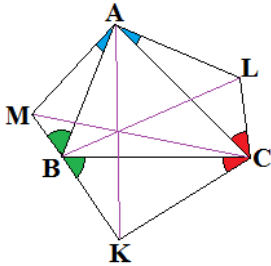


תרגיל 21

משפטי צ'בה ומנלאוס

1. נניח שמעגל מסוים חותך את צלעות של משולש ABC ב-6 נקודות שכולן שונות מהקודקודים: את BC בנקודות P, K , את AC בנקודות Q, L , ואת AB בנקודות M, R . נניח בנוסף כי הישרים AP, BQ, CR נפגשים בנקודה אחת (או מקבילים). הוכח כי גם הישרים AK, BL, CM נפגשים בנקודה אחת או מקבילים.



2. על הצלעות של משולש ABC בונים כלפי חוץ משולשים (כך שצלעות ABC הם הבסיסים): AMB, CLA, BKC . כך שיש שוויון זוויות שמסומנות באותו צבע בציור. הוכח שהישרים AK, BL, CM נפגשים.

3. א. נסח והוכח משפט מנלאוס תלת מימדי.
ב. כל הצלעות של מרובע מרחבי $ABCD$ משיקות לכדור. הוכח שכל נקודות ההשקה נמצאות על מישור אחד.

4. במישור נמצאים 4 ישרים במצב כללי – כלומר אף שניים לא מקבילים, אף שלושה לא נפגשים בנקודה אחת. לישרים אלה יש 6 נקודות חיתוך. לכל אחד מנקודות החיתוך יש נקודה אחת בדיוק שלא מחוברת אליה (למשל נקודת חיתוך של הישר הראשון והשני לא מחוברת אם נקודת החיתוך של הישר השלישי והרביעי). בצורה כזאת 6 נקודות חיתוך מחולקים ל-3 זוגות של נקודות לא מחוברות. הוכח ששלוש אמצעי הקטעים שנוצרים על ידי זוגות הנקודות הלא מחוברות נמצאים על ישר אחד.

5.**. לכמה חלקים יחולק מצולע משוכלל בעל 12 צלעות אם יעבירו את כל אלכסוניו?