

תרגיל 20

1. א. נתונים 40 לוחות, ועל כל לוח רשום מספר ממשי. מותר לבחור תת-קבוצה של לא יותר מ-K לוחות ולהחליף את המספרים בכולם בממוצעת המספרים בתת-קבוצה זאת. עבור איזה K מינימלי אפשר להחליף את כל המספרים בממוצע של כולם?

ב. אותה שאלה כאשר בכל מהלך בוחרים בדיוק K לוחות (ולא לכל היותר K).

2. אבי בחר מספר מ-1 עד 144. יוסי מנסה לנחש אותו, באמצעות שאלות של כן ולא. על תשובה "כן" יוסי חייב לשלם 2 ₪, ועל תשובה "לא" הוא חייב לשלם 3 ₪. כמה כסף הוא צריך, כדי שיוכל בוודאות לגלות את המספר?

3. מטרה היא משולש שווה צלעות שמחולק ל-100 משולשים שווים צלעות חופפים על ידי שלוש משפחות של קווים מקבילים. צלף שמנסה לפגוע במשולש קטן מסוים, יכול לפגוע במשולש זה או באחד המשולשים הקטנים שיש לו איתם צלע משותפת. המשימה של הצלף היא שיהיו כמה שיותר משולשים קטנים שהוא פגע בהם 5 פעמים בדיוק. כמה משולשים כאלה הוא יכול להבטיח?

4. על לוח שח מעמידים 32 רגליים בצבע לבן ו-32 רגליים בצבע שחור (כך שכל המשבצות תפוסות). במשחק שלנו רגלי לא הופך למלכה או לכלי אחר אפילו אם הוא מגיע לשורה אחרונה. בכל טור רגלי מסוים חייב לאכול רגלי בצבע הפוך. מה בוא המספר הקטן ביותר של רגליים שיכולים להישאר בסוף המשחק?

5. * שני אנשים מחלקים גבינה. תחילה הראשון מחלק אותה לשני חלקים, אחריו השני בוחר בחלק אחד ומחלק אותו גם הוא לשני חלקים. כך הם ממשיכים עד שמתקבלים חמישה חלקים. כעת הראשון לוקח לעצמו חלק, אחריו השני לוקח לעצמו חלק מבין החלקים שנותרו, שוב תורו של הראשון לקחת וכך הלאה עד שלא ישארו חלקים. מצא/י מהי הכמות הרבה ביותר של גבינה שיכול כל אחד מהשניים להבטיח לעצמו, ללא תלות בפעולותיו של השני.