

## תרגיל 19

1. הוכח כי לכל  $m$  טבעי,  $k$  זוגי קיימים  $a, b$  שלמים וזרים ל- $m$  כאלה ש- $k = a - b$ .
2. א. עבור איזה  $m, n$  המספר  $3^m - 1$  מתחלק ב- $2^n$ ?  
ב. עבור איזה  $m, n$  המספר  $2^m + 1$  מתחלק ב- $3^n$ ?
3. רשום את השבר העשרוני של  $1/81$  ללא שימוש במחשבון.
4. האם קיים  $N$ , שמתחלק בדיוק ב-2000 ראשוניים שונים, כזה ש- $2^N + 1$  מתחלק ב- $N$ ?
5. מצא את כל המספרים הטבעיים  $N$  שעבורם  $2^N + 1$  מתחלק ב- $N^2$ .
6. הוכח כי לכל מספר  $p$  ראשוני קיים מספר ראשוני  $q$  כזה שלאף  $n$  טבעי  $p - n^p$  לא מתחלק ב- $q$ .