

תרגיל 10

חשבון זוויות

1. צורה גיאומטרית Q היא איחוד של 5771 עיגולים שונים שכל רדיוסיהם שווים ל-1, וכל המעגלים שלהם עוברים דרך נקודה A. הנקודה A היא נקודה פנימית של הצורה Q. חשב את ההיקף של Q.

2. נתבונן בשלושה מעגלים שכל אחד מהם מתקבל משיקוף של מעגל החוסם לגבי אחת הצלעות של המשולש.
א. הוכח כי המעגלים האלה נפגשים בנקודה אחת.
ב. הוכח כי זאת נקודת חיתוך הגבהים.

3. הוכח את הגרסה החיצונית של נוסחת אוילר: אם r_a הוא רדיוס של מעגל החוסם מבחוץ לצלע a , אז את המרחק בין המרכז של המעגל הזה לבין המרכז של המעגל החוסם אפשר לחשב לפי נוסחה $d_a^2 = R^2 + 2Rr_a$, כאשר R הוא הרדיוס של המעגל החוסם.

4. במרובע קמור ABCD, נקודות M, N הן אמצעים של AB, CD, ו-X היא נקודת חיתוך האלכסונים. הוכח כי אם $CD + AB < 2MN$ אז הזווית AXB חדה.

5. *א. נקודה D נמצאת על המעגל החוסם של משולש ABC. הוכח כי עקבי האנכים מ-D לצלעותיו של נקודה ABC נמצאים על ישר אחד.
ב. ABCD מרובע חסום, E נמצאת על המעגל החוסם שלו. המרחקים מ-E לישרים AB, BC, CD, DA הם n, m, l, k בהתאמה. הוכח כי $km = ln$.