

אולימפיאדה ארצית במתמטיקה – שלב א'

נא למלא את הפרטים האישיים בכתב ברור!

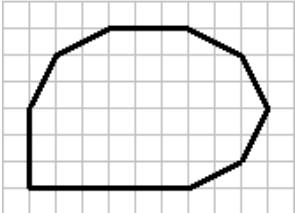
שם פרטי	שם משפחה	טלפון	כיתה	בית ספר
דוא"ל		כתובת דואר		

לפניכם שאלון מתמטי בן עשר שאלות. השאלות אינן שגרתיות, וגם תלמידים חזקים במיוחד יתקשו לפתור את כולן.

המצטיינים יוזמנו להשתתף בשלבים הבאים של תחרויות ואימונים, שבסופם תורכב הנבחרת שתייצג את ישראל באולימפיאדה העולמית למתמטיקה IMO (אמסטרדם שבהולנד, יולי 2011). פתרון השאלות ופרטים נוספים יופיעו באתר <http://www.taharut.org/imo>.

מלאו בטבלה המצורפת תשובות סופיות בלבד – אין צורך לנמק.
מותר להשתמש במחשבון. משך המבחן: 90 דקות

טבלת תשובות:

.1	.2	.3																																																			
.4																																																					
.5	.6	.7																																																			
.8																																																					
.9	הקטן ביותר:	הגדול ביותר:																																																			
.10	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> </tr> <tr> <td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> </table>																																																				

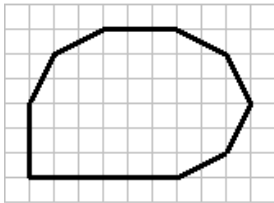
בהצלחה!

שאלות

1. עשרים אנשים עומדים בטור, בזה אחר זה. כל אחד מהם הוא או שקרן או דובר אמת (השקרנים תמיד משקרים, ודוברי האמת תמיד אומרים את האמת). כל אחד מהאנשים אומר שיותר שקרנים עומדים לפניו מאשר מאחוריו. כמה מבין העשרים הם דוברי אמת?

2. בשעה 12:00 מחוגי השעון מתלכדים. כמה זמן יעבור עד שהמחוגים יהיו מאונכים זה לזה בפעם הראשונה? (המחוגים נעים ברציפות, במהירויות קבועות)

3. נניח ש- x, y, z מספרים חיוביים שסכומם 1. מהו הערך הקטן ביותר שיכול לקבל



המספר הגדול מבין $\frac{x}{5}, \frac{y}{7}, \frac{z}{11}$?

4. חלק את הצורה שבציור לשלושה חלקים שווים בשטחם ובצורתם.

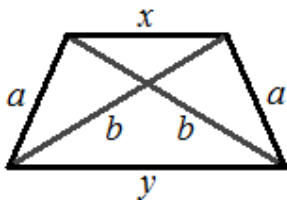
5. בקרקעיתו של אגם יש מעיינות המזרימים אליו מים בקצב קבוע. עדר של 183 פילים יכול לרוקן את האגם ביום אחד. עדר של 37 פילים יכול לרוקן אותו בחמישה ימים. כמה זמן ייקח לפיל בודד לרוקן את האגם?

6. המורה חילקה (עם שארית) את מספר התלמידים בשכבה ב-2, ב-3, ב-4, ב-5 וב-9. כשסיכמה את השאריות, קיבלה 18. מצא את מספר התלמידים בשכבה, אם ידוע שהמספר קטן מ-300.

7. נתון מצולע משוכלל. על כל צלע בונים משולש ישר זווית ושווה-שוקיים, כך שהצלע היא היתר של המשולש, וקודקוד הראש בפנים המצולע. מחברים את קודקודי הראש של כל המשולשים ומקבלים מצולע (משוכלל, בעל אותו מספר צלעות). כמה צלעות יש למצולע המקורי, אם שטחו של המצולע שהתקבל הוא חצי משטח המצולע המקורי?

8. מצא את כל הזוגות x, y של מספרים שלמים, המקיימים את המשוואה

$$x + y = x^2 + xy + y^2$$



9. נתון טרפז שווה שוקיים, שאורך השוק שלו a , ואורך האלכסון שלו b , כמו בציור. מצא את הערך הגדול ביותר והקטן ביותר שיכולה לקבל מכפלת הבסיסים (התשובה תלויה ב- a וב- b).



10. נתון לוח בגודל של 6 על 6 מרצפות ריבועיות. מרצפים אותו ב-36 מרצפות, שעל כל אחת מהן מצויירים שני רבעי מעגל המחברים את האמצעים של צלעות צמודות, כמו בציור. מהו המספר הגדול ביותר של רבעי מעגל שיכולים להתחבר לקו רציף אחד? צייר דוגמה המכילה קו כזה.