

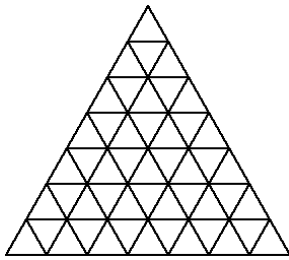
מרדף א

1. נתון לוח 3×5775 ועליו

- א. צריח לבן ורץ שחור
 - ב. צריח לבן ופרש שחור
- מי אוכל את מי?

2. על הלוח שח אינסופי נמצא מלך לבן בלתי נראה ושני צריחים שחורים. אסור למלך לתפוס צריחים. האם הצריחים יכולים בוודאות לתת שח למלך?

3. זבוב ועכביש משחקים על קדקודי רשת $n \times n$. הם מתחילים בפנינות נגדיות. בכל מהלך כל אחד עובר לקדקוד סמוך. האם העכביש יתפוס את הזבוב?



4. אותה שאלה ברשת משולשים.

5. במישור יש זאב ו-100 כבשים נקודתיות. בכל מהלך הזאב זז במרחק 1 לכל היותר, ואחר כך אחת הכבשים זזה במרחק 1 לכל היותר. האם הזאב יכול לתפוס איזושהי כבשה?

6. א. בלוח משבצות נמצאים 3 זאבים ו-3 כבשים. בכל מהלך זאב אחד הולך למשבצת סמוכה לפי צלע, וכבשה אחת הולכת שמאלה או ימינה. האם תמיד אפשר לתפוס כבשה אחת לפחות?

ב. אותה שאלה עבור 2 כבשים ו-100 זאבים.

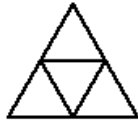
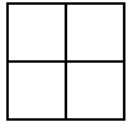
7. על לוח משבצות $n \times n$ נמצאים זבוב ושני עכבישים. בכל מהלך זבוב עובר למשבצת חדשה שיש לה קודקוד משותף עם המשבצת הקודמת (יכול גם להישאר במקום). לאחר מכן כל אחד משני העכבישים עובר למשבצת חדשה סמוכה שיש לה צלע משותפת עם המשבצת הקודמת (יכול גם להישאר במקום). אם עכביש זבוב מגיעים ברגע מסוים לאותה משבצת, העכבישים מנצחים (אפילו אם העכביש הגיע לאותה המשבצת קודם, לא כמו בשח). האם לעכבישים יש אסטרטגיה מנצחת?

8. זאב נמצא במרכז ריבוע, ובכל פינה נמצא כלב. מטרת הכלבים היא שהזאב יישאר בתוך הריבוע, והזאב רוצה להימלט. הכלבים יכולים לנוע על ההיקף בלבד.

א. שני כלבים יותר חזקים מהזאב, אבל הזאב חזק מכלב אחד. הכלבים מהירים פי 1.5 מהזאב. מי מנצח?

ב. הכלבים שמנו קצת מהסעיף הקודם. כעת אפילו כלב אחד יכול לנצח זאב, אבל הכלבים זריזים מהזאב רק פי 1.4. מי מנצח?

9. אותו הסיפור, אבל הזאב זריז מהכלבים, ויש 100 כלבים, במצב התחלתי שהכלבים בוחרים. האם הזאב יצליח להימלט?

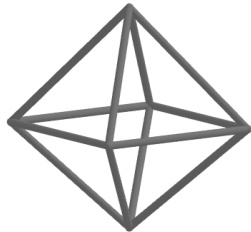


10. לכל אחת מהרשתות בציורים: בפינה אחת נמצא קוף, ובפינה אחרת נמצאים שני שומרים. הקוף מהיר פי 3 מהשומרים. האם יוכלו לתפוס אותו?

11. שאלה דומה על מקצועות של ארבעון משוכלל, אבל הקוף מהיר פי 2 מהשומרים. ומה לגבי ארבעון לא משוכלל?

12. כעת בארבעון משוכלל, נמצא עכבר שרץ על המקצועות, אשר מהיר פי 2.01 מכל אחד משני החורפנים המעופפים שנמצאים בחדר. האם הוא יוכל לשרוד?

13. א. זכוב ועכבישים זוחלים על המקצועות של קובייה תלת ממדית במהירויות שוות. כמה עכבישים צריך בשביל שבכל מצב הם יוכלו לתפוס את הזכוב?
ב. ומה אם הם זוחלים על המקצועות החד-ממדיים של קובייה n -מימדית?



14. זאב צד ארנב בתחנת חלל, שמורכבת מ-12 מסדרונות שיוצרים תמניון משוכלל. הזאב יכול לראות את הארנב רק אם הם נמצאים באותו המסדרון. הזאב מהיר יותר מהארנב פי 2.5. האם לזאב יש אסטרטגיה המאפשרת לצוד את הארנב?

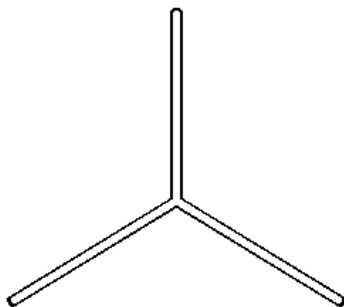
15. במרכז הריבוע נמצא שוטר, באחד מקודקודיו – פושע. השוטר יכול לרוץ לאורך הריבוע, והפושע – רק על צלעותיו. השוטר מסוגל לירות לאורך צלע של ריבוע, לכן אם ברגע מסוים השוטר והפושע יהיו על צלע אחת, השוטר יצליח לתפוס אותו. עבור איזה יחס מירבי בין המהירויות שלהם ינצח השוטר?

16. פושע ושני שוטרים בעלי אותה מהירות רצים על מקצועות של קובייה N -ממדית. הקובייה שקופה והשוטרים רואים את הפושע בכל רגע נתון. לשוטרים יש אקדחי לייזר, והם מסוגלים לירות בפשע לאורך מקצוע. האם לכל מצב התחלתי השוטרים יכולים להרוג את הפושע

א. עבור $N = 3$?

ב. עבור $N = 4$?

ג. עבור N כללי ?



17. פושע ושוטר נמצאים בשלושה פרוזדורים באורך l כל אחד, שמתחברים בקצה המשותף של כל הפרוזדורים (כמו בציור). השוטר מסוגל לרוץ פי 2 יותר מהפושע. על מנת לראות את הפושע, השוטר צריך להימצא איתו באותו הפרוזדור ובמרחק r ממנו או פחות. הוכיחו, שהשוטר יוכל לתפוס את הפושע אם א. $r > l/5$, ב. $r > l/7$.

18. א. שלושה מרגלים נמצאים על מעגל ברדיוס 1, נעים עליו במהירות 1 ומתחילים מקודקודים של משולש משוכלל. סוכן מתחיל מהמרכז ונע במהירות v . המרגלים רוצים ששניים מהם ייפגשו בנקודה מסוימת בלי שהסוכן יעמוד באותה הנקודה. עבור אילו ערכים של v הסוכן מנצח?
ב. אותם התנאים, אבל מותר לנוע במישור.

בתיאבון!